

# Exercices d'approfondissement

## EXERCICE I - Ondes et matières : Véllocimétrie laser à franges

La vélocimétrie laser regroupe des techniques optiques de mesure de vitesses. Pour les mesures de vitesses d'écoulements de fluide, elles ont l'avantage de ne pas être intrusives en ce sens qu'elles ne modifient pas la vitesse de l'écoulement par intervention mécanique (document 1).

Dans les années 1960, la première technique à avoir été mise en place est la vélocimétrie laser à franges.

Pour un écoulement liquide, le principe du vélocimètre laser à franges consiste à créer une zone de franges d'interférences au sein du fluide en mouve-

ment grâce au recouvrement de deux faisceaux laser issus d'une même source (document 2).

Des particules marquées (ou traceurs), pouvant diffuser la lumière, sont introduites dans le fluide. Lorsque ces particules traversent la zone d'interférences, elles scintillent en diffusant ou non de la lumière lorsqu'elles passent dans les franges brillantes ou sombres (document 3).

Le signal diffusé dans toutes les directions est alors enregistré par un capteur (document 5) puis analysé pour en déduire la vitesse de l'écoulement.



### 1 Mesure de vitesse par vélocimétrie laser.

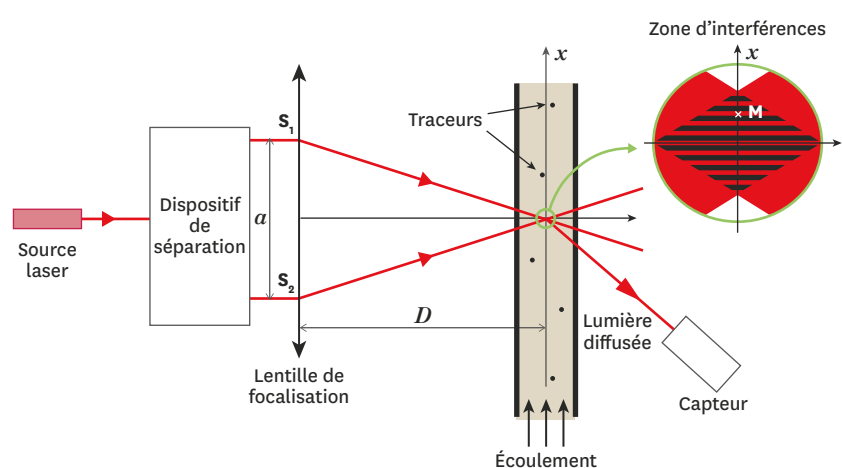
NASA : Centre de recherche aérodynamique.

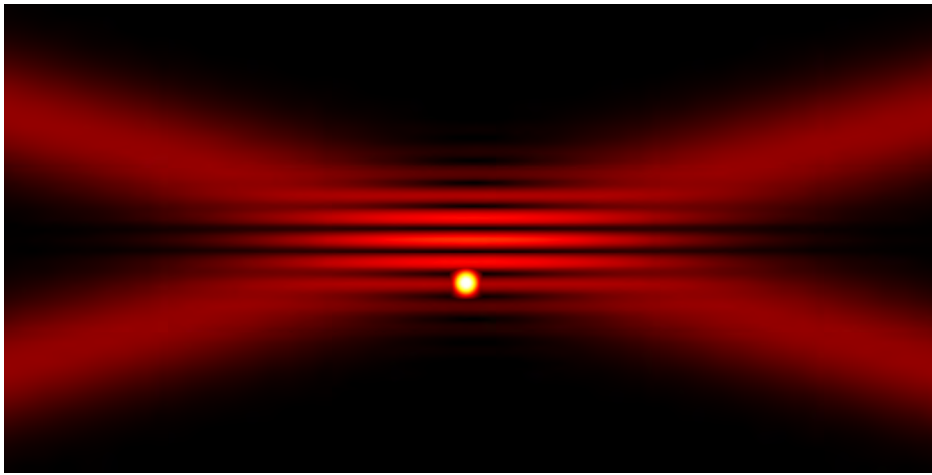
La vélocimétrie laser permet la mesure précise des écoulements complexes de fluide comme ceux générés autour des pales de l'hélice d'un hélicoptère.

### 2 Schéma du montage du vélocimètre laser à franges pour un écoulement liquide.

Le dispositif de séparation sépare de manière parfaitement symétrique l'onde lumineuse issue de la source laser en deux faisceaux parallèles de mêmes caractéristiques intrinsèques.

La lentille de focalisation permet le recouvrement des deux faisceaux au voisinage de son foyer.





### 3 Scintillement d'un traceur passant par une frange brillante.

ONERA : Office national d'études et de recherches aérospatiales.

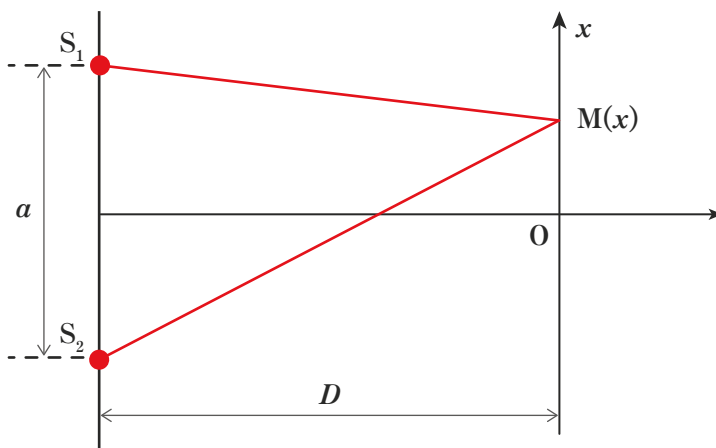
## Partie 1. Étude de la zone d'interférences

### 1. Conditions d'interférences

- 1.a. Rappeler les conditions d'obtention d'une figure d'interférences.  
1.b. Montrer que ces conditions sont réalisées au point  $M(x)$  au voisinage de  $O$ .

### 2. Différence de marche au point $M$

On admet que le dispositif de séparation n'introduit pas de différence de chemin optique. On utilisera alors, pour estimer la différence de marche, le schéma équivalent du document 4.



### 4 Schéma équivalent pour estimer la différence de marche au point $M(x)$ .

La zone d'interférences correspond au lieu de recouvrement des deux faisceaux laser, issus de  $S_1$  et  $S_2$  qui convergent au voisinage du foyer  $O$  de la lentille de focalisation.

- 2.a. Exprimer la différence de marche en  $M$ , notée  $\delta(x)$ , entre les rayons issus de  $S_1$  et ceux issus de  $S_2$ , en fonction des distances  $S_1M$  et  $S_2M$ .  
2.b. Montrer qu'elle s'écrit en fonction de  $a$ ,  $x$  et  $D$  sous la forme :

$$\delta(x) = D \left( \sqrt{1 + \left( \frac{\frac{a}{2} + x}{D} \right)^2} - \sqrt{1 + \left( \frac{\frac{a}{2} - x}{D} \right)^2} \right)$$

- 2.c. Dans le cas où  $a$  et  $x$  sont très petits devant  $D$ , montrer que l'expression de  $\delta(x)$  devient :

$$\delta(x) = \frac{ax}{D}.$$

Pour y parvenir, on admettra que lorsque  $|\epsilon| \ll 1$ ,  $\sqrt{1 + \epsilon^2} \approx 1 + \frac{1}{2}\epsilon^2$ .

### 3. Détermination de l'interfrange

- 3.a.** Dans le cas d'interférences constructives, donner la relation entre la différence de marche  $\delta(x)$  et la longueur d'onde  $\lambda$  de l'onde lumineuse.
- 3.b.** Rappeler la définition de l'interfrange  $i$ .
- 3.c.** Montrer alors que l'expression de l'interfrange  $i$  en fonction de  $a$ ,  $\lambda$  et  $D$  est :

$$i = \frac{\lambda D}{a}.$$

- 3.d.** Faire l'application numérique pour un laser Hélium-Néon de longueur d'onde  $\lambda = 632,8 \text{ nm}$ , une lentille de focalisation de distance focale  $D = 50,0 \text{ cm}$  et un écartement des faisceaux sur la lentille de focalisation  $a = 30,0 \text{ mm}$ .
- 3.e.** Les franges d'interférences sont-elles visibles à l'œil nu ? Commenter.

## ■ Partie 2. Mesure de la vitesse d'un écoulement

### Introduction

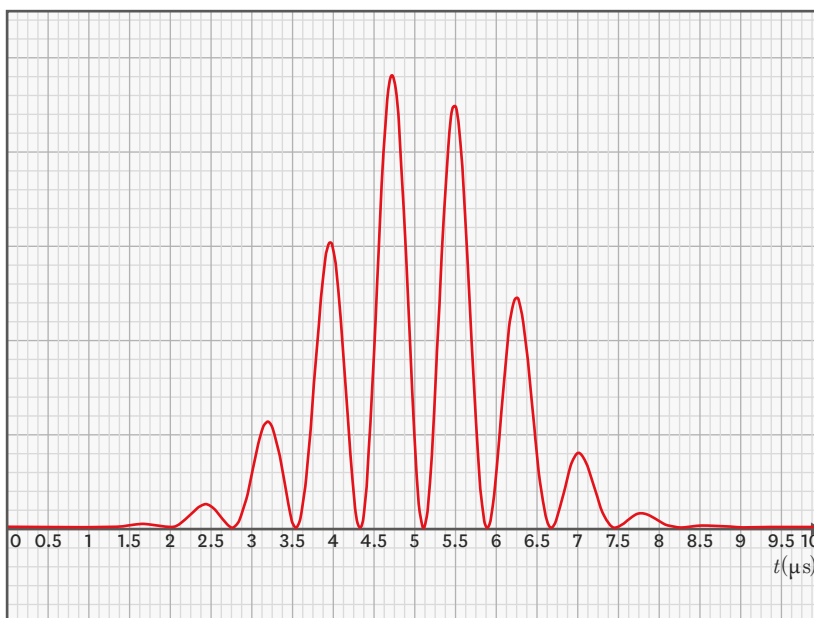
On suppose que l'écoulement est rectiligne uniforme selon l'axe (Ox) et que les traceurs suivent parfaitement le mouvement du fluide. On note  $V$  leur vitesse.

Dans cette partie, on prendra pour la valeur de l'interfrange :

$$i = 10,37 \pm 0,02 \mu\text{m}.$$

### 1. Détermination de la vitesse $V$

Au niveau du capteur représenté sur le document 2, les variations de la lumière diffusée par un traceur ont été enregistrées et sont données dans le document 5.



**5** Signal détecté par le capteur lors du passage d'un traceur dans la zone d'interférences. Après traitement, le signal obtenu donne, en fonction du temps (en  $\mu\text{s}$ ), une grandeur proportionnelle à l'intensité de la lumière diffusée par un traceur.

- 1.a.** Interpréter le signal enregistré en précisant à quoi correspondent les minima et les maxima de la courbe et en expliquant pourquoi le signal est (pseudo)périodique.
- 1.b.** Déterminer graphiquement la période  $T$  du signal. En déduire la fréquence  $f$  correspondante.
- 1.c.** Exprimer la vitesse  $V$  d'un traceur en fonction de l'interfrange  $i$  et de la fréquence  $f$ .
- 1.d.** Calculer la valeur de la vitesse  $V$  de l'écoulement étudié ; donner le résultat en  $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$  puis en  $\text{km} \cdot \text{h}^{-1}$ .

## 2. Estimation de l'incertitude sur la mesure

En pratique, l'électronique à la sortie du capteur permet d'accéder directement à la fréquence  $f$  avec une précision de 0,1 %. Une mesure donne  $f = 1,298\text{MHz}$ .

Dans le cas où  $A = B \times C$ , l'incertitude  $\Delta A$  sur la mesure de la grandeur  $A$ , calculée à partir des grandeurs mesurées  $B$  et  $C$  dont les incertitudes de mesures  $\Delta B$  et  $\Delta C$  sont connues, s'écrit :

$$\Delta A = A \times \sqrt{\left(\frac{\Delta B}{B}\right)^2 + \left(\frac{\Delta C}{C}\right)^2}.$$

**2.a.** Déterminer l'incertitude sur la mesure de la vitesse  $V$  de l'écoulement.

**2.b.** Donner, en  $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ , l'expression numérique complète de  $V$  en tenant compte de cette incertitude sur la mesure.

## ■ Partie 3. Choix des paramètres et limitations expérimentales

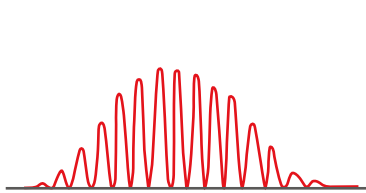
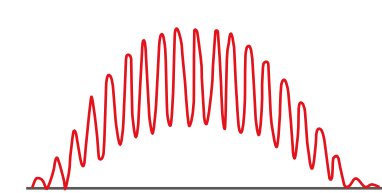
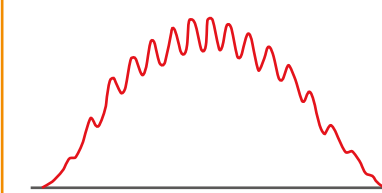
### 1. Caractéristiques des traceurs

Le choix des traceurs est un point délicat en vélocimétrie laser : en effet, d'une part, ils doivent suivre fidèlement l'écoulement et d'autre part ils sont responsables de la qualité du signal obtenu.

**1.a.** Est-il préférable de choisir des particules lourdes ou légères ? Justifier la réponse.

**1.b.** Pourquoi choisit-on de travailler avec des faibles concentrations de traceurs ? Donner l'allure du signal détecté en cas de concentration élevée.

**1.c.** Quel est le diamètre limite des particules, supposées sphériques, permettant une bonne exploitation du signal détecté ? On donnera une inégalité impliquant le diamètre  $d_t$  des traceurs et un des paramètres du dispositif judicieusement choisi parmi  $a, D, i, V, \lambda$  et  $f$  et on complètera le tableau suivant.

	$d_t < \dots\dots\dots$	$d_t \approx \dots\dots\dots$	$d_t > \dots\dots\dots$
Allure du signal détecté			
	Visibilité : 1.0	Visibilité : 0.47	Visibilité : 0.12
	Temps	Temps	Temps

### 2. Influence du temps de réponse du capteur

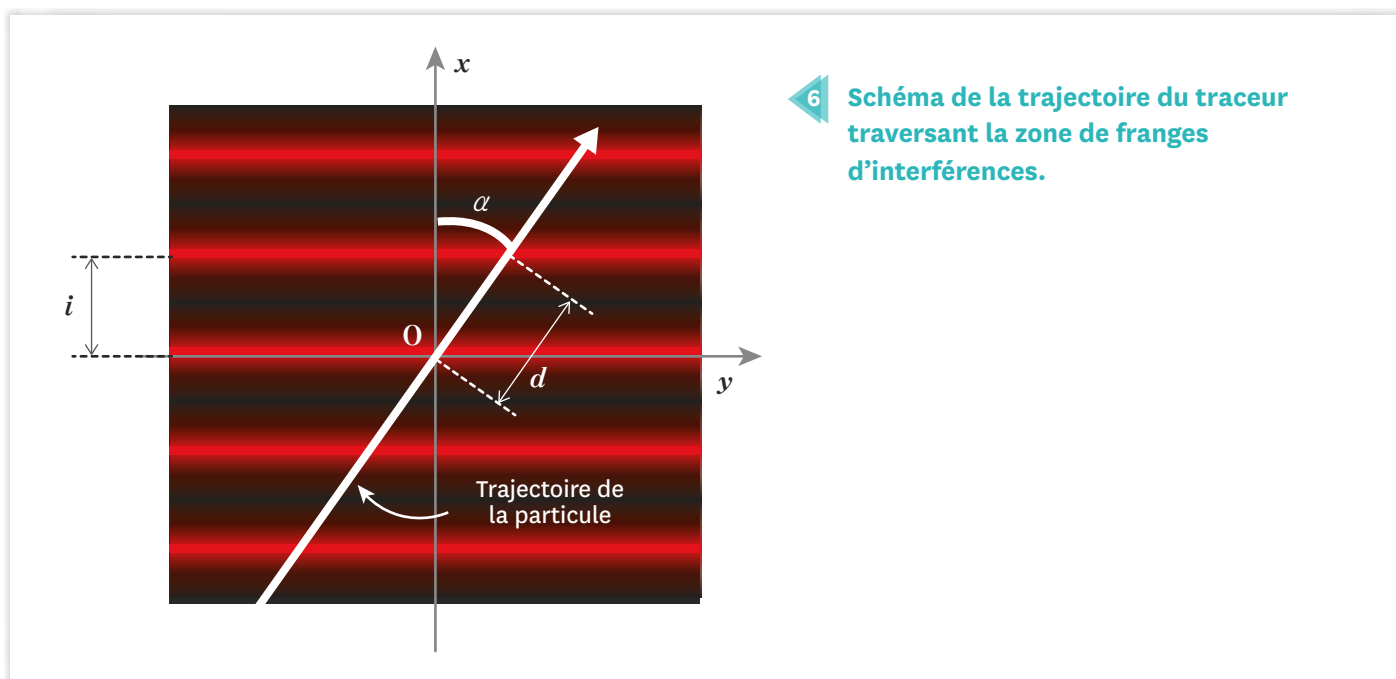
Le temps de réponse  $\tau$  du capteur utilisé est de l'ordre de la nanoseconde. On admet que le signal détecté est exploitable si  $\tau \ll T$ , ce qui signifie : « tant que l'ordre de grandeur de la période  $T$  du signal est d'une unité supérieure à celui de  $\tau$  ».

**2.a.** Donner l'ordre de grandeur minimal de la période d'un signal exploitable.

**2.b.** En déduire la valeur maximale des vitesses d'écoulements pouvant être mesurées par ce dispositif.

### 3. Trajectoire réelle du traceur

En pratique, il est difficile de s'assurer que la trajectoire du traceur est parallèle à l'axe (Ox). Cet axe est défini comme étant l'axe perpendiculaire aux franges d'interférences dans le plan formé par les faisceaux issus de  $S_1$  et de  $S_2$ , c'est-à-dire le plan (Oxy) du document 6. On peut cependant considérer que, sur la très petite taille de la zone d'interférences, le mouvement du traceur reste rectiligne uniforme mais incliné maintenant d'un angle  $\alpha$  par rapport à l'axe (Ox).



- Exprimer la distance  $d$  définie dans le document 6, en fonction de l'interfrange  $i$  et de l'angle  $\alpha$ .
- L'allure de l'enregistrement obtenu par le capteur est-elle modifiée par rapport au document 5 ? Justifier la réponse.
- En déduire l'expression de la vitesse  $V$  du traceur en fonction de  $i$ ,  $f$  et  $\alpha$ , où  $f$  est la fréquence du signal détecté par le capteur lors du passage du traceur à travers la zone d'interférences.
- Montrer alors que les mesures de  $i$  et  $f$  permettent de déterminer la composante  $V_x$  du vecteur vitesse  $\vec{V}$  des traceurs selon l'axe (Ox).
- Proposer, en s'appuyant sur ce qui précède et en s'aidant du document 1, une amélioration du dispositif permettant d'accéder à la connaissance complète du vecteur  $\vec{V}$  et ainsi à sa norme  $V$ .

#### Corrigé

Cliquez [ici](#) pour télécharger le corrigé.